

XX PREMIOS JORGE JUAN DE MATEMÁTICAS

ANÁLISIS MATEMÁTICO. Primer nivel.

UNIVERSIDAD DE ALICANTE

Alicante, 29 de enero de 2019.

Ejercicio 1 (4 puntos)

Sea $f : [-2019, 2019] \rightarrow \mathbb{R}$ una función continua. Demostrar que el conjunto $X = \{x \in [-2019, 2019] : f(x) = f(-x)\}$ tiene mínimo y máximo y se verifica

$$\text{máx } X + \text{mín } X = 0.$$

Ejercicio 2 (3 puntos)

Hallar todas las funciones $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ de clase \mathcal{C}^1 tales que

$$(f(x))^2 = \int_0^x (f(t)^2 + f'(t)^2) dt + 2019.$$

Ejercicio 3 (3 puntos)

Hallar el valor mínimo de

$$H(x) = \frac{(x + \frac{1}{x})^6 - (x^6 + \frac{1}{x^6}) - 2}{(x + \frac{1}{x})^3 + (x^3 + \frac{1}{x^3})}, \quad x > 0.$$