XIX EDICION PREMIOS JORGE JUAN

CURSO 17/18

PROBABILIDAD

Durante los 16 días de vacaciones navideñas que la biblioteca ha estado abierta las 24 horas se ha constatado una gran afluencia de alumnos, algunos de los cuales incluso venían a estudiar. No es el caso de nuestro protagonista, y de muchos otros, cuyo objetivo era coincidir y conocer a otra persona. Para ello, y de forma aleatoria, vino a la biblioteca cinco días y permaneció en ella durante cuatro horas seguidas. Su "objetivo" también vino cinco días y permaneció durante cuatro horas, también de forma aleatoria. ¿Cuál es la probabilidad de que hayan coincidido y, por tanto, a falta de estudio, hayan iniciado una bonita relación?
Cualquier parecido de esta historia con la realidad es mera coincidencia… o no.

RESOLUCIÓN:

Aunque el problema se presta a diferentes interpretaciones, y en la corrección se han considerado válidas todas ellas, la más lógica, en mi opinión, es la siguiente:

La probabilidad de que coincidan será la probabilidad de que coincidan en el día y en el tiempo, dentro de ese día, que, puesto que son independientes, será el producto de ambas probabilidades:

Probabilidad de coincidir en el día.
Esta probabilidad es similar a la de la lotería primitiva. Independientemente de qué números salgan, debemos calcular la probabilidad de que los nuestros coincidan con los que han salido. De igual modo, independientemente de qué días haya ido uno de los individuos, calculamos la probabilidad de que el otro coincida con alguno de esos, o mejor, de que no coincida.

$$P(alguno) = 1 - P(ninguno) = 1 - \frac{\binom{5}{0}\binom{11}{5}}{\binom{16}{5}} = 1 - \frac{462}{4368} = 1 - 0.1058 = 0.8942$$

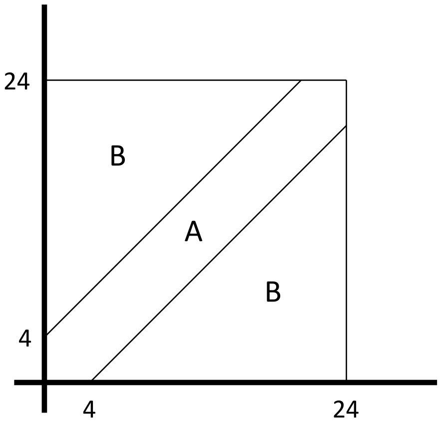
Probabilidad de coincidir en la hora.
En este caso definimos dos variables aleatorias que son el momento en que cada uno de los individuos llegan a la biblioteca, y puesto que la llegada es aleatoria, seguirán distribuciones uniformes:

$$X \equiv \text{"}instante\ en\ el\ que\ llega\ uno\text{"} \sim Un(0{,}24)$$
$$Y \equiv \text{"}instante\ en\ que\ llega\ el\ o\ la\ otra\text{"} \sim Un(0{,}24)$$

La probabilidad de que coincidan será entonces la probabilidad de que la diferencia entre los instantes en que llegan cada uno de ellos sea menor que las cuatro horas que cada uno estará en la biblioteca:

$$P(coincidir) = P(|X - Y| < 4) = P(-4 < X - Y < 4)$$

Aunque esta probabilidad se puede calcular a partir del método de funciones de distribución para el cálculo de probabilidades de distribuciones bidimensionales, resulta más sencillo, puesto que se trata de distribuciones uniformes, recurrir al cálculo del área de la siguiente figura:



$$P(coincidan\ en\ hora) = P(A) = 1 - 2P(B) = 1 - \frac{2Area(B)}{Area\ total} = 1 - \frac{2\frac{20 \times 20}{2}}{24 \times 24} =$$

$$= 1 - \frac{400}{576} = 1 - 0.6944 = 0.3056$$

Por tanto, la probabilidad pedida será:

$$P(coincidir) = P(coincidir\ en\ día\ \cap\ coincidir\ en\ hora) =$$

$$= P(coincidir\ en\ día) \times P(coincidir\ en\ hora) = 0.8942 \times 0.3056 = \mathbf{0.2733}$$