

XV PREMIOS JORGE JUAN DE MATEMÁTICAS  
Alicante, 8 de noviembre de 2013

**ANÁLISIS MATEMÁTICO**  
(Segundo ciclo)

**PRIMER PROBLEMA**

Sea  $\varphi$  una función real diferenciable definida en un abierto que contiene a la bola unidad cerrada  $S$ , de centro el origen, en el espacio euclídeo  $R^3$ , que cumple  $|\varphi(x, y, z)| \leq 1$  para todo  $(x, y, z) \in S$ . Demostrar que existe, al menos, un punto  $(\alpha, \beta, \gamma)$  en el interior de  $S$ , tal que  $\| \text{grad } \varphi(\alpha, \beta, \gamma) \| < 4$ .

(Seis puntos)

**SEGUNDO PROBLEMA**

Sea  $z = z(x, y)$  una función de clase dos en  $R^2$ . Transformar la expresión diferencial

$$\Psi = x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}, \text{ mediante el cambio de variables } u = \frac{x}{y}, \quad v = xy.$$

(Cuatro puntos)