

XIV PREMIOS JORGE JUAN DE LA UNIVERSIDAD DE ALICANTE

Viernes, 18 de noviembre de 2011

CÁLCULO 1

1. Para $x \geq 2$ probar la desigualdad

$$(x+1)\cos\frac{\pi}{x+1} - x\cos\frac{\pi}{x} > 1.$$

(4 puntos)

Sugerencia: Aplicar el teorema del valor medio a la función $f(t) = t \cos \frac{\pi}{t}$ en $[x, x+1]$, con $x \geq 2$. Después acotar convenientemente.

2. Calcular $T_n = \int_0^{\pi} \frac{1 - \cos nx}{1 - \cos x} dx$, siendo $n \geq 0$ entero.

(6 puntos)

Sugerencia: Encontrar una ley de recurrencia entre T_n, T_{n+1} y T_{n+2} . Como consecuencia probar que $T_n = n\pi$, para cada entero $n \geq 0$.