

**X PREMIOS JORGE JUAN DE MATEMÁTICAS**  
**PRIMER CICLO**  
**CÁLCULO I**

Alicante, 5 de diciembre de 2007

1. Calcula  $\int_{-p}^p \frac{\operatorname{sen} 5x}{(1+p^x)\operatorname{sen} x} dx$ .

2. Sea  $R^+ = (0, +\infty)$  y  $f : R^+ \rightarrow R^+$  una función que tiene una antiderivada o primitiva  $F$  que satisface la condición  $F(x)f\left(\frac{1}{x}\right) = x$  para todo  $x \in R^+$ .

Demuestra que la función  $g : R^+ \rightarrow R$ ,  $g(x) = F(x)F\left(\frac{1}{x}\right)$  es una función constante. Determina la función  $f$ .