

VIII EDICIÓN PREMIOS JORGE JUAN

Álgebra Lineal

Sean $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dos aplicaciones lineales tales que:

a. $h = g \circ f$ es la proyección sobre el subespacio $W = \{(y_1, y_2, y_3) \in \mathbb{R}^3 \mid y_2 = y_3\}$ paralelamente al vector $(1, -1, 0)$.

b. $k = f \circ g$ es tal que su núcleo es $\ker k = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 \mid x_3 = 0, x_1 + x_2 = x_4\}$ y, además, $k(1, 0, 0, 0) = (1, 1, 2, 1)$ y $k(0, 0, 1, 0) = (1, 0, 1, 1)$.

En las bases canónicas de \mathbb{R}^3 y de \mathbb{R}^4 , se pide:

1. La matriz asociada a h y sendas bases de su núcleo y de su imagen.
2. La matriz asociada a k y sendas bases de su núcleo y de su imagen.
3. Sabiendo que g es un aplicación suprayectiva, hallar el núcleo y la imagen de f .