

VII EDICION PREMIOS JORGE JUAN

CURSO 04/05

PROBABILIDAD

Cinco ciudades compiten por la organización de cierto evento deportivo y, casualmente, son cinco también los jueces que con su voto decidirán “quién se lleva el gato al agua”. Suponiendo que los jueces no están demasiado interesados en la designación y que por tanto deciden otorgar su voto al azar a cualquiera de las candidatas, calcular:

- ¿Cuál es la probabilidad de que haya un empate en el primer puesto?
- ¿Cuál es la distribución de votos más probable? ¿Cuál es su probabilidad?
- Si no hay empate en el primer lugar, ¿cuál es la probabilidad de que sí lo haya en el segundo lugar?

RESOLUCION

En primer lugar, el número de casos posibles son: $RV_{5,5} = 3125$ y dicho espacio muestral estará formado por los siguientes sucesos:

- $A_1 = \{ 5,0,0,0,0 \}$ = “los cinco jueces votan a la misma ciudad”

$$P(A_1) = \frac{\binom{5}{1} \binom{5}{5}}{5^5} = \frac{5}{3125} = 0.0016$$

- $A_2 = \{ 4,1,0,0,0 \}$ = “cuatro jueces votan a una ciudad y el restante a otra”

$$P(A_2) = \frac{\binom{5}{1} \binom{5}{4} \binom{4}{1} \binom{1}{1}}{5^5} = \frac{100}{3125} = 0.032$$

- $A_3 = \{ 3,2,0,0,0 \}$ = “tres jueces votan a una ciudad y los otros dos a otra”

$$P(A_3) = \frac{\binom{5}{1} \binom{5}{3} \binom{4}{2} \binom{2}{2}}{5^5} = \frac{200}{3125} = 0.064$$

- $A_4 = \{ 3,1,1,0,0 \}$ = “tres jueces votan a una ciudad y los otros dos a otras dos ciudades distintas”

$$P(A_4) = \frac{\binom{5}{1} \binom{5}{3} \binom{4}{2} \binom{2}{1} \binom{1}{1}}{5^5} = \frac{600}{3125} = 0.192$$

- $A_5 = \{ 2,2,1,0,0 \}$ = “dos jueces votan a una ciudad, otros dos jueces a otra ciudad y el quinto juez a una tercera ciudad”

$$P(A_5) = \frac{\binom{5}{2} \binom{5}{2} \binom{3}{2} \binom{3}{1} \binom{1}{1}}{5^5} = \frac{900}{3125} = 0.288$$

- $A_6 = \{ 2,1,1,1,0 \}$ = “dos jueces votan a una ciudad y los otros tres a tres ciudades distintas”

$$P(A_6) = \frac{\binom{5}{1} \binom{5}{2} \binom{4}{3} \binom{3}{1} \binom{2}{1} \binom{1}{1}}{5^5} = \frac{1200}{3125} = 0.384$$

- $A_7 = \{ 1,1,1,1,1 \}$ = “cada juez vota a una ciudad distinta”

$$P(A_7) = \frac{\binom{5}{5} \binom{5}{1} \binom{4}{1} \binom{3}{1} \binom{2}{1} \binom{1}{1}}{5^5} = \frac{120}{3125} = 0.0384$$

a) $P(A_5 \cup A_7) = 0.288 + 0.0384 = \mathbf{0.3264}$

b) A_6 ; $P(A_6) = \mathbf{0.384}$

c) $P(A_1 \cup A_4 \cup A_6 | \overline{A_5 \cup A_7}) = \frac{P(A_1 \cup A_4 \cup A_6)}{P(\overline{A_5 \cup A_7})} = \frac{0.0016 + 0.192 + 0.384}{1 - 0.3264} = \mathbf{0.8575}$