

**XVIII PREMIOS JORGE JUAN**

Sea  $V$  un espacio vectorial real en el que se considera una base  $\mathcal{V} = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ . Sea  $f : V \rightarrow V$  un endomorfismo tal que

$$\begin{aligned} f(\vec{e}_1) &= \vec{e}_2 + \vec{e}_3, \\ f(\vec{e}_2) &= \vec{e}_1 + \vec{e}_3, \\ f(\vec{e}_3) &= \vec{e}_1 + \vec{e}_2. \end{aligned}$$

Demuestre que para todo  $n \in \mathbb{N}$  existen números reales  $a_n$  y  $b_n$  tales que  $f^n = a_n f + b_n id$ , donde  $id$  representa la aplicación identidad de  $V$ .