

XV PREMIOS JORGE JUAN DE MATEMÁTICAS

ANÁLISIS MATEMÁTICO. Primer ciclo.

Alicante, 8 de noviembre de 2013.

Ejercicio 1

¿Existe alguna función continua de \mathbb{R} en \mathbb{R} que tome exactamente dos veces cada valor?

Ejercicio 2

Sea f una función real dos veces derivable en \mathbb{R} verificando que:

1. $f(1) - f(0) = 7$
2. $|f''(x)| \leq 3 \forall x \in [0, 1]$.

Demostrar que f es creciente en un entorno del origen.

Ejercicio 3

Sea $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ una función derivable con $|f'| \leq 1$. Demostrar que existe

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} f\left(\frac{1}{n}\right).$$

Los dos primeros ejercicios tendrán un valor máximo de 3 puntos cada uno y el tercero de 4 puntos.