

XI PREMIO JORGE JUAN
Análisis Matemático I
Primer ciclo
Alicante, 15 de noviembre de 2008

Sea $f : [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$ una función de clase uno (con derivada continua) tal que $f(0) = 0$ y $0 < f'(x) \leq 1$, para todo $x \in [0,1]$. Demostrar:

$$\left[\int_0^1 f(x) dx \right]^2 \geq \int_0^1 [f(x)]^3 dx.$$

Indicar justificadamente para qué funciones se alcanza la igualdad.

XI PREMIO JORGE JUAN
Análisis Matemático II
Segundo ciclo
Alicante, 15 de noviembre de 2008

Calcular:

$$\iiint_V \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2} dx dy dz, \text{ donde}$$

$$V = \left\{ (x,y,z) \in \mathbb{R}^3, x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2 \right\}, R > 0 \text{ y } (a,b,c) \in \mathbb{R}^3.$$