X EDICION PREMIOS JORGE JUAN

CURSO 07/08

PROBABILIDAD

Siempre hemos sido conscientes de vuestro desmesurado interés por la investigación en cálculo de probabilidades, no hay más que veros experimentando sin descanso en juegos de azar…, vamos, jugando a cartas. Esto nos lleva a pensar que el cálculo de probabilidades en juegos de cartas no esconde ningún secreto para vosotros por lo que hoy jugaremos a los dados. El juego del póquer con dados consiste en lanzar simultáneamente cinco dados con un cubilete opaco y posteriormente observar la jugada obtenida. En función de las caras del dado (A, K, Q, J, R, N) que se repitan, podemos obtener una de las siguientes jugadas:

- REPOQUER: Los cinco dados iguales.
- POQUER: Cuatro dados iguales.
- FOUL: Tres dados iguales y los otros dos diferentes de los tres anteriores pero iguales entre si.
- TRIO: Tres dados iguales y los otros dos diferentes de los tres anteriores y diferentes entre si.
- DOBLES PAREJAS: Dos dados iguales, otros dos distintos de de los dos anteriores pero iguales entre si y otro distinto de todos los anteriores.
- PAREJA: Dos dados iguales y el resto distintos de estos dos y distintos entre si.
- “NADA”: Todos los dados distintos.

a) ¿Cuántas jugadas distintas se pueden obtener?
b) ¿De cuántas formas se puede obtener la jugada “nada”?
c) ¿Cuál es la probabilidad de obtener la jugada “nada”?
d) Las jugadas detalladas en el enunciado están ordenadas por su valor en el juego, ¿coincide dicho orden con el de la probabilidad de obtenerlas? (¿Hubiese hecho esta pregunta si la respuesta fuese sí?) Reordena dichas jugadas en función de su probabilidad y como para hacerlo tendrás que calcular sus probabilidades, que no se te olvide detallar la probabilidad de cada una de ellas.

RESOLUCION

a) Puesto que tenemos 6 posibles resultados para cada uno de los 5 dados que lanzamos y el resultado se observa sin orden ni secuencias, el número de posibles resultados será el resultado de las posibles combinaciones con repetición de 6 elementos tomados de 5 en 5.

$$RC_{m,n} = \binom{m+n-1}{n} \quad ; \quad RC_{6,5} = \binom{10}{5} = \mathbf{252}$$

Sin recurrir a combinaciones con repetición, habría que calcular de cuántas formas se puede obtener cada jugada, mediante combinaciones de m (número de resultados disponibles) sobre n (número de resultados que debo tomar para obtener la jugada):

- Repóquer: $\binom{6}{1} = 6$ - Póquer: $\binom{6}{1} \times \binom{5}{1} = 30$ - Foul: $\binom{6}{1} \times \binom{5}{1} = 30$

- Trío: $\binom{6}{1} \times \binom{5}{2} = 60$ - D. Parejas: $\binom{6}{2} \times \binom{4}{1} = 60$ - Parejas: $\binom{6}{1} \times \binom{5}{3} = 60$

- "Nada": $\binom{6}{1} = 6$ **TOTAL = 252**

b) La probabilidad de obtener la jugada "nada" se obtiene como las combinaciones sin repetición de 6 elementos tomados de 5 en 5 (o equivalentemente de 1 en 1):

$$C_{6,5} = \binom{6}{5} = \mathbf{6}$$

c) En principio podríamos pensar que la probabilidad de obtener la jugada "nada" se podría calcular aplicando la regla de Laplace y dividiendo los resultados de los dos apartados anteriores, pero esto sería incorrecto puesto que las combinaciones con repetición no proporcionan sucesos equiprobables. Tendremos que recurrir, por tanto, al mismo cálculo pero con variaciones:

$$P(\text{“nada”}) = \frac{V_{6,5}}{RV_{6,5}} = \frac{6!}{6^5} = \frac{720}{7776} = \mathbf{0.0926}$$

d) Puesto que para calcular probabilidades el espacio muestral constará de 7776 elementos, debemos obtener el número de posibilidades en cada jugada considerándolas distintas según el orden (anque en realidad sean la misma jugada), esto lo obtenemos multiplicando las posibilidades de la segunda parte del apartado a) por las posibles permutaciones a que den lugar el intercambio del orden de dados:

- Repóquer: $6 \times RP_5^5 = 6$ - Póquer: $30 \times RP_5^{4,1} = 150$ - Foul: $30 \times RP_5^{3,2} = 300$

- Trío: $60 \times RP_5^{3,1,1} = 1200$ - D. Parejas: $60 \times RP_5^{2,2,1} = 1800$

- Parejas: $60 \times RP_5^{2,1,1,1} = 3600$ - "Nada": $6 \times RP^{1,1,1,1,1}_5 = 720$

(Evidentemente, en la mayoría de los casos no hace falta calcular el factor como RP, pero se mantiene esta regla combinatoria que responde a todos los casos)

Por tanto, en función de la probabilidad de obtener cada jugada, que obtenemos dividiendo por 7776 los resultados obtenidos, el orden debería ser:

- REPOQUER: p = 0.0008
- POQUER: p = 0.0193
- FOUL: p = 0.0386
- NADA: p = 0.0926
- TRIO: p = 0.1543
- D. PAREJAS: p = 0.2315
- PAREJA: p = 0.4629

Que salvo la dichosa jugada "nada", que es la que da juego a este juego, sigue siendo el orden de valoración del juego.