VII PREMIO JORGE JUAN DE MATEMÁTICAS
DE LA UNIVERSIDAD DE ALICANTE

Alicante, 5 de noviembre de 2004

TEORÍA DE NÚMEROS

1. Demostrar que existen infinitos números primos de la forma $\frac{m^2+m+1}{n}$**, con** m **y** n **enteros positivos.**

2. Probar que entre cualquier conjunto de 39 **enteros consecutivos positivos, la suma de los dígitos de uno de ellos es divisible por** 11.

VII PREMIO JORGE JUAN DE MATEMÁTICAS
DE LA UNIVERSIDAD DE ALICANTE

Alicante, 5 de noviembre de 2004

TEORÍA DE NÚMEROS

1. Demostrar que existen infinitos números primos de la forma $\frac{m^2+m+1}{n}$**, con** m **y** n **enteros positivos.**

SOLUCIÓN:

Supongamos que el número de primos de la forma $\frac{m^2+m+1}{n}$, con m y n enteros positivos sea finito. Sea P su producto. Entonces ninguno de esos primos divide a P^2+P+1. Sea entonces q un primo cualquiera que divida a P^2+P+1. se tiene que $P^2+P+1=qY$ para algún entero positivo Y. Sin embargo $q=\frac{P^2+P+1}{Y}$, lo que contradice que el número de primos de la forma dada sea finito.

2. Probar que entre cualquier conjunto de 39 **enteros consecutivos positivos, la suma de los dígitos de uno de ellos es divisible por** 11.

SOLUCIÓN:

Entre los primeros 20 números del conjunto hay siempre 2 cuyo último dígito es 0 y al menos uno de los dos tendrá como dígito de las decenas un número distinto de 9. Sea m ese número y S la suma de sus dígitos. Entonces los números $m, m+1,...,m+9$ y $m+19$ que están en el conjunto inicial de los 39 enteros positivos consecutivos, tendrán respectivamente como suma de sus dígitos $S, S+1,...,S+9$ y $S+10$.
Claramente entre estos *once* enteros consecutivos, hay siempre uno de ellos que es divisible por 11.