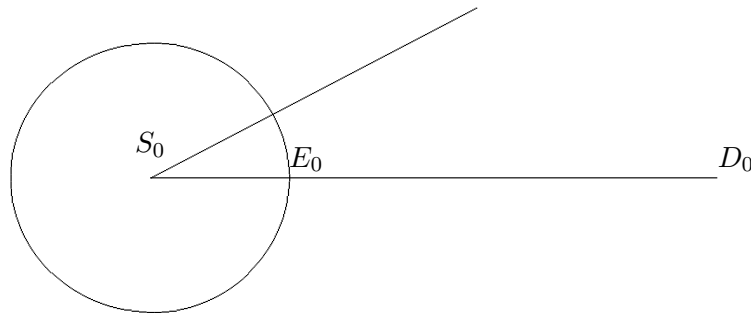


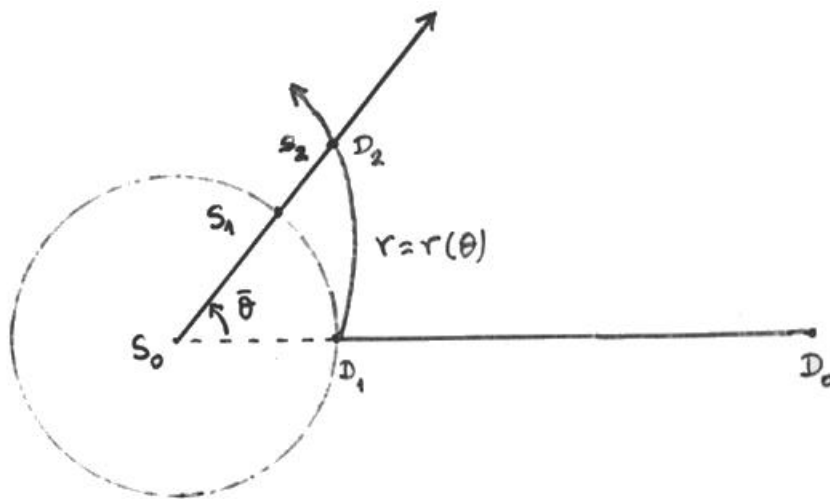
VII Premios Jorge Juan de La Universidad de  
Alicante  
Ecuaciones diferenciales ordinarias

**Problema: Estamos en guerra**

Nuestro destructor se encuentra inicialmente en la posición  $D_0$  y un submarino enemigo en la  $S_0$ . Ambos se avistan al mismo tiempo y, mientras el destructor se dirige hacia la posición del submarino, éste se sumerge y huye siguiendo una línea recta de dirección desconocida para nosotros. El destructor navega tres veces más rápido que el submarino, cuando se encuentra sumergido. Sólo podemos destruir al submarino mediante cargas de profundidad que lanzamos al pasar por su vertical. Si (caprichos del destino) el submarino se hubiera dirigido hacia nosotros, su vida acabaría en el punto  $E_0$ . Suponiendo que no ocurre tal cosa, se pide diseñar el rumbo del destructor, a partir del punto  $E_0$ , de forma que se garantice el paso por la vertical del submarino.

Véase figura adjunta.





$D_1$  SE DETERMINA POR LA CONDICIÓN  $\overline{D_0D_1} = \frac{3}{4} \overline{D_0S_0} = \frac{3}{4} l$ .

LA VARIABLE (AQUÍ FUNCIÓN DE DECISIÓN) ES  $r(\theta)$ .

LA CONDICIÓN EXIGIDA ES  $\widehat{D_1D_2} = 3 \overline{S_1S_2}$ ,  $\forall \bar{\theta}$ .

PERO  $\overline{S_1S_2} = r(\bar{\theta}) - \frac{l}{4}$ , MIENTRAS QUE  $\widehat{D_1D_2} = \int_0^{\bar{\theta}} \sqrt{r^2 + r'^2} d\theta$ .

EL MODELO ES LA SIGUIENTE EC. DIF. DE 1º ORDEN CON CONDICIÓN INICIAL:

$$8 r'^2 = r^2, \quad r(0) = \frac{l}{4}$$

### ANÁLISIS DEL MODELO

LAS DOS ECUACIONES DIFERENCIALES  $r' = \pm \frac{r}{\sqrt{8}}$  TIENEN SOLUCIÓN ÚNICA QUE PASA POR  $(0, l/4)$ , POR APLICACIÓN DE LOS TEOREMAS DE EXIST. Y UNICIDAD.

EL MODELO TIENE DOS SOLUCIONES, Y EL PROBLEMA UNA INFINIDAD.

SOLUCIÓN :  $r(\theta) = \frac{l}{4} e^{\pm \frac{\theta}{\sqrt{8}}}$  (ESPIRALES SIMÉTRICAS RESPECTO DEL EJE)

VALIDACIÓN : PRIMERAMENTE POR SIMULACIÓN ; POSTERIORMENTE EN MANIOBRAS.

IMPLEMENTACIÓN : ELABORACIÓN DE TABLAS PARA APROXIMAR EL RUMBO TEÓRICO, PARA DIFERENTES VALORES DE  $l$ , POR UNA POLIGONAL CUYOS VÉRTICES CORRESPONDEN A LOS SUCESIVOS CAMBIOS DE RUMBO (LINEAL EN CADA PERÍODO).