VI Premio Jorge Juan de Matemáticas

PROBABILIDAD

7 de noviembre de 2003

El tiempo útil de funcionamiento de cierto componente electrónico que forma parte de un sofisticado sistema informático sigue una distribución uniforme (en años) con media 10.5 años y varianza 0.75. Cuando dicho componente falla el sistema se paraliza y el coste de su actualización y puesta a punto asciende a 750 €. Si el dichoso componente es sustituido antes de que falle, la pérdida por desechar un componente que funciona correctamente se estima en 300 € por el tiempo (en años) que todavía hubiese funcionado correctamente.

a) ¿En cuánto tiempo debe sustituirse dicho componente para minimizar la pérdida esperada?
b) ¿Cuánto deberíamos pagar como máximo por instalar un dispositivo que nos avisase del momento en que dicho componente falla?

<u>RESOLUCION</u>

a) En primer lugar definimos la variable aleatoria X = "tiempo útil de funcionamiento del componente". Puesto que E (X) = 10.5 y Var (X) = 0.75

$$\left.\begin{array}{ll} E(X) = \dfrac{a+b}{2} = 10.5 & a+b = 21 \\ Var(X) = \dfrac{(b-a)^2}{12} = 0.75 & b-a = 3 \end{array}\right\} \Rightarrow a = 9 \text{ y } b = 12 \Rightarrow X \sim Un\,(9\,,12)$$

Sea k el tiempo hasta sustituir la componente. Las pérdidas vendrán dadas por:

$$P = \begin{cases} 750 & X < k \\ 300(X-k) & X > k \end{cases} \Rightarrow \quad E(P) = \int_9^k 750\frac{1}{3}dx + \int_k^{12} 300(x-k)\frac{1}{3}dx =$$

$$= \frac{1}{3}\left[750(k-9) + 300\left(\frac{x^2}{2} - kx\right)_k^{12}\right] = \frac{1}{3}\left(150k^2 - 2850k + 14850\right)$$

$$\frac{\partial}{\partial k}E(P) = 300k - 2850 = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{k = 9.5}$$

b) Lo máximo que deberíamos pagar por evitar la pérdida es precisamente la pérdida esperada.

$$E(P) = \int_9^{9.5} 750\frac{1}{3}dx + \int_{9.5}^{12} 300(x-k)\frac{1}{3}dx = \frac{1}{3}\left(150\times 9.5^2 - 2850\times 9.5 + 14850\right) = \mathbf{437.5\ €}$$