

## V PREMIOS JORGE JUAN

Sea  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  un endomorfismo del que se sabe lo siguiente:

- $f$  es diagonalizable y sólo tiene dos autovalores distintos.
- $f(U) = V$ , siendo

$$U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - 2y - z = 0\}$$

y

$$V = \langle (1, 0, 1), (-1, 1, 1) \rangle.$$

- $\lambda_1 = -1$  es un autovalor de  $f$  y tiene un vector propio,  $\vec{v}_1$ , perteneciente a  $U$ .
- $\vec{v}_2 = (1, 0, -1)$  es un vector propio de  $f$  y está asociado a un autovalor simple.
- $f$  tiene un vector propio perteneciente al subespacio

$$W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0\},$$

pero que no es múltiplo del vector  $(1, 0, -1)$ .

Se pide:

1. Hallar  $U \cap V$ .
2. Hallar el vector  $\vec{v}_1$ .
3. ¿Cuál es el autovalor doble?
4. Hallar la matriz diagonal  $D$  y la matriz de paso  $P$ , en función de los parámetros necesarios (no más de tres).
5. Hallar la matriz  $A$  de  $f$  en la base canónica, en función del autovalor desconocido.