

V PREMIO JORGE JUAN

Teoría Elemental de Números o Geometría Clásica

Alicante, 8 de noviembre de 2002

1. Sea $S(x)$ la suma de los dígitos del número natural x en su representación decimal. ¿Existen tres números naturales a, b, c tales que $S(a+b) < 5$, $S(a+c) < 5$, $S(b+c) < 5$ y $S(a+b+c) > 50$?

2. Consideremos $ABCD$ un cuadrilátero convexo tal que:

$$\angle BAC = \angle CAD \text{ y } \angle ABC = \angle ACD.$$

Las rectas AD y BC se cortan en E y las rectas AB y DC en F . Demostrar :

i) $AB \cdot DE = BC \cdot CE.$

ii) $AC^2 < \frac{1}{2}(AD \cdot AF + AB \cdot AE).$

Nota: Solamente se elegirá un problema de los dos propuestos.