

## V PREMIO JORGE JUAN

Teoría Elemental de Números o Geometría Clásica

Alicante, 8 de noviembre de 2002

1. Sea  $S(x)$  la suma de los dígitos del número natural  $x$  en su representación decimal. ¿Existen tres números naturales  $a, b, c$  tales que  $S(a+b) < 5$ ,  $S(a+c) < 5$ ,  $S(b+c) < 5$  y  $S(a+b+c) > 50$ ?

2. Consideremos  $ABCD$  un cuadrilátero convexo tal que:

$$\angle BAC = \angle CAD \text{ y } \angle ABC = \angle ACD.$$

Las rectas  $AD$  y  $BC$  se cortan en  $E$  y las rectas  $AB$  y  $DC$  en  $F$ . Demostrar :

i)  $AB \cdot DE = BC \cdot CE.$

ii)  $AC^2 < \frac{1}{2}(AD \cdot AF + AB \cdot AE).$

Nota: Solamente se elegirá un problema de los dos propuestos.