



5º PREMIO JORGE JUAN

CÁLCULO (Primer Ciclo)

Alicante, 8.11.02

Sea $a > 1$ un número real dado y $f : [1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ una función continua tal que:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x f(x) = L \in \mathbb{R}.$$

a) Demostrar que los siguientes límites existen, son finitos y coinciden:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \int_1^t \frac{f(x)}{x} dx \quad \text{y} \quad \lim_{t \rightarrow +\infty} t \int_1^a f(x') dx.$$

b) Calcular $\lim_{n \rightarrow +\infty} n \int_1^a \frac{dx}{1+x^n}$.