



**QUINTO PREMIO JORGE JUAN**

**Ciclo Primero**

**ANÁLISIS MATEMÁTICO**

Alicante, 8 de noviembre de 2002

Sea  $n > 2$  un entero dado. Determinar los sistemas de  $n$  funciones  $(f_1, f_2, \dots, f_n)$  con  $f_i: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, i: 1, 2, \dots, n$ , tales que para todo  $x, y \in \mathbb{R}$  se cumplen las siguientes igualdades:

$$\begin{cases} f_1(x) - f_2(x)f_2(y) + f_1(y) = 0 \\ f_2(x^2) - f_3(x)f_3(y) + f_2(y^2) = 0 \\ \dots\dots\dots \\ f_{n-1}(x^{n-1}) - f_n(x)f_n(y) + f_{n-1}(y^{n-1}) = 0 \\ f_n(x^n) - f_1(x)f_1(y) + f_n(y^n) = 0 \end{cases}$$