

III Premio Jorge Juan .1^{er} ciclo. Alicante 2000. (Análisis Matemático)

1.- Probar que el número $\sqrt[3]{5\sqrt{2} + 7} - \sqrt[3]{5\sqrt{2} - 7}$ es entero.

2.- Sea $f(x) = (x-x_1)\dots(x-x_n) \cdot \left[\frac{1}{x-x_1} + \dots + \frac{1}{x-x_n} \right]$. Designemos $I_i = \int_0^{x_i} f(x) dx$ para cada $i=1, \dots, n$, e $I = \sum_{i=1}^n I_i$. Hallar $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{I}{n}$, sabiendo que cada $x_i = \sqrt[n]{\frac{1}{i}}$.