

II PREMIO JORGE JUAN DE MATEMÁTICAS 1999

Facultad de Ciencias
Universidad de Alicante

Lógica

Dpto. de *Ciencia de la Computación e Inteligencia Artificial*

Lógica de Espejo

Existe una clase de personas muy particulares que tiene una forma lógica de pensar específica, que se conoce como *Lógica de Espejo*, y que puede dejar perpleja a la gente que razona de la manera lógica habitual. Las condiciones básicas de los *lógicos de espejo* son :

- I. Un lógico de espejo es completamente sincero. Sólo declarará enunciados que en realidad crea.
- II. Siempre que un lógico de espejo declara que un enunciado es verdadero, también declara que no cree el enunciado.
- III. Dado cualquier enunciado cierto, el lógico de espejo siempre declara que cree el enunciado.
- IV. Si un lógico de espejo cree algo, no puede creer también lo contrario.
- V. Dado cualquier enunciado, un lógico de espejo o bien cree el enunciado o bien cree lo contrario.

Responde a las siguientes preguntas, justificando tus respuestas :

1. Supongamos que un lógico de espejo cree que o bien el Rey Rojo, o bien la Reina Roja, está dormido. ¿Cree que la Reina Roja está dormida?
2. Supongamos que cree que el Rey Rojo está dormido. ¿Cree que la Reina Roja está dormida? ¿Y que tanto el Rey Rojo como la Reina Roja están dormidos?
3. Supongamos que cree que tanto el Rey Rojo como la Reina Roja están despiertos o están dormidos. ¿Cree que uno de ellos está dormido y que el otro está despierto?
4. Supongamos que cree que todos los grifos tienen alas. ¿Se deduce que hay grifos?
5. Supongamos finalmente que cree que Alicia no llegará a la casilla número ocho sin convertirse en reina. Supongamos que cree también que Alicia alcanzará la casilla ocho. ¿Cree que Alicia se convertirá en reina?

CLAVE : Un lógico de espejo es honrado pero está completamente engañado (nunca cree un enunciado verdadero y cree todas las declaraciones falsas)¹

ACLARACIÓN : Un lógico de espejo es sincero, pero no tiene porque ser fiable. El hecho de que crea algo no significa que necesariamente sepa que lo crea, ni siquiera que crea que lo cree, incluso pudiera suceder que cree erróneamente que no lo cree.

¹ Sólo puedes utilizar la clave si la deduces de las cinco condiciones.

Lógica de Espejo

Soluciones :²

Primero vamos a deducir la clave de las cinco condiciones :

- *Nunca cree un enunciado verdadero* : si un lógico de espejo creyera un enunciado verdadero, entonces por la condición I como lo cree lo declara. Por la condición II como declara que el enunciado es verdadero, entonces también declara que no cree el enunciado. Por tanto, por la condición I debe creer que no cree el enunciado. Hemos deducido por tanto que:
 1. Si cree un enunciado verdadero, entonces cree que no lo creePor otro lado, dado un enunciado verdadero, por la condición III, declara que cree dicho enunciado. Por la condición I, si dice que lo cree es porque cree que lo cree (es sincero). Hemos deducido también que:
 2. Dada un enunciado verdadero, entonces cree que lo creePero por la condición IV, si un lógico de espejo cree algo, no puede creer también lo contrario. Por tanto no puede creer ningún enunciado verdadero, o lo que es lo mismo, todas los enunciados que cree son falsos.
- *Cree todas las declaraciones falsas* : dada un enunciado falso, por la condición V, o bien cree el enunciado o bien cree lo contrario. Pero lo contrario de un enunciado falso es verdadero y por tanto no puede creerlo (antes se ha demostrado que no puede creer ningún enunciado verdadero). De lo que se deduce que cree cualquier enunciado falso.

Una vez deducida la clave, responder a las distintas preguntas es sencillo :

1. Si un lógico de espejo cree que o bien el Rey Rojo, o bien la Reina Roja, está dormido, entonces es falso que alguno de los dos esté dormido y será verdadero que ambos están despiertos. Por tanto sí que creerá que la Reina Roja está dormida.
2. Si cree que el Rey Rojo está dormido, entonces será cierto que el Rey Rojo está despierto. Pero no sabemos nada sobre si la Reina Roja está dormida o no. En cambio, sí que podemos contestar a la segunda pregunta, ya que como el Rey Rojo está despierto, es falso que tanto el Rey Rojo como la Reina Roja estén dormidos y por tanto sí que lo creerá.
3. Si cree que tanto el Rey Rojo como la Reina Roja están despiertos o están dormidos, como esto será falso, lo cierto será que uno está dormido y el otro está despierto. Y, por tanto, creerá que uno de ellos está dormido (el que está despierto) y que el otro está despierto (el que está dormido).
4. Si cree que todos los grifos tienen alas, entonces será falso que todos los grifos tienen alas, o lo que es lo mismo que existe un grifo sin alas y por tanto se deduce que hay algún grifo.
5. Si cree que Alicia no llegará a la casilla número ocho sin convertirse en reina, es porque esto es falso. Por tanto Alicia llegará a la casilla número ocho y no se convertirá en reina. Como es cierto que Alicia alcanzará la casilla ocho no puede creerlo (ya que un lógico de espejo nunca cree enunciados verdaderos). No es posible que un lógico crea los dos hechos supuestos.

Faraón Llorens Largo

Alicante, 5 de noviembre de 1999

² Problema y solución sacadas del libro de Raymond Smullyan *Alicia en el País de las Adivinanzas*